«Інтелект»

# СИНТЕЗ СИСТЕМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇЇ ОБ’ЄКТІВ ЗІ ЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Напрямок «Кібернетика»

Суми 2012

ПЛАН

# ВСТУП

Проблема побудови адаптивних систем управління нестаціонарними об'єктами (НО) вданий час займає важливе місце в теоретичних дослідженнях при проектуванні складних систем управління.

Одна з основних труднощів розробки адаптивних систем управління НО полягає, з одного боку, в непередбачених змінах характеристик зовнішніх впливів і властивостей керованих об'єктів, а з іншого - в неповноті апріорної інформації, як про властивості об'єкта, так і про зовнішні впливи.

Вихід з цих труднощів полягає в тому, щоб надати системам автоматичного управління НО властивостей адаптивності, тобто автоматичного обліку поточної інформації про параметричний і фазовий стан об'єкту.

В даний час створена теорія детермінованого оптимального управління, яка дозволяє з допомогою обчислювальних методів побудувати вектор управління заданого об'єкта таким чином, щоб мінімізувати вибраний функціонал, який залежить від фазових координат і управління.

Синтезований таким чином, з урахуванням обмежень, вектор детермінованого оптимального управління є функцією поточних фазових координат об'єкта керування.

Серед різних розділів теорії оптимального управління найбільш близьким до інженерних методів синтезу є аналітичне конструювання систем автоматичного керування.

Ефективні прийоми синтезу, які засновані на методах аналітичного конструювання, дозволяють на початковому етапі проектування обґрунтувати структуру, склад необхідної апаратури і параметри систем управління, що призводить до істотного скорочення термінів проектування і підвищення його якості.

Завдання аналітичного конструювання систем з випадковими властивостями вперше було поставлене і вивчено А. А. Красовським, Д. А. Маєром та іншими вченими.

При цьому в теорії синтезу оптимального управління виділялися наступні задачі:

- задача зі спостереження, тобто. задача про ітерації, яка визначає невідомі поточні координати об'єкту за доступними спостереження величин;

- задача про управління, тобто задача про обчислення сил, які переводять керований об'єкт з одного заданого стану в інший.

# 1 ОГЛЯД МЕТОДІВ СИНТЕЗУ АДАПТИВНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ НЕСТАІОНАРНИХ ОБ'ЄКТІВ З НЕПОВНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ

Проведені теоретичні та експериментальні дослідження адаптивних систем оптимального управління колективами, очолюваними проф. А. А. Волковим, проф. В. І. Костюком, А. А. Красовським, проф. П. І. Чінаевим и др., створили необхідні теоретичні передумови для побудови адаптивних систем оптимального управління НО.

У зв'язку з цим при побудові адаптивних систем оптимального управління НО виникає необхідність виконання низки наступних задач:

- задача про параметричні оцінки, тобто, задача про ідентифікацію динамічних характеристик об'єкту управління (ОУ) з реально діючим на його входах сигналами і реакцій об'єкту на ці сигнали;
- задача оцінок внутрішніх і зовнішніх збурюючих впливів;
- задача обробки та аналізу отриманої інформації від системи ідентифікації;
- задача прийняття рішення, тобто. задача знаходження стратегії оптимального управління шляхом зміни тих або інших характеристик системи.

Таким чином, в результаті дослідження адаптивних систем оптимального управління НО послідовно вирішуються наступні задачі:

- задача оцінки збурюючих впливів;
- задача оцінки станів ОУ в параметричному і фазовому просторі;
- задача обробки та аналізу отриманої інформації про стан ОУ та впливи;
- задача створення керуючого впливу.

Кожна із зазначених задач супроводжується вимогами найкращої в тому чи іншому сенсі, якості протікання процесів, що обумовлює включення їх у загальну теорію адаптивних оптимальних систем управління.

Синтез системи управління квазістаціонарним об'єктом містить таке:

- по заданому нестаціонарному диференціальному рівнянні ОУ представляється схемою в змінних стану та математичної моделлю у формі Коші;
- проводиться дослідження ОУ  чисельним методом Ронге-Кута;
- по заданому диференційному рівнянню знаходиться передавальна функція об'єкту керування;
- вибирається необхідний тип регулятора і проводиться дослідження не скорегованої системи на стійкість і на необхідність запровадження

коригуючого пристрою, що забезпечує задані якісні показники скоригованої квазістаціонарної системи на інтервалі квазістаціонарних.

Виконуються побудови:

- логарифмічних амплітудно-частотних характеристик нескоригованої квазістаціонарної системи;
- бажаної логарифмічної амплітудно-частотної характеристики;
- логарифмічної амплітудно-частотної характеристики коригуючого пристрої.

Проводиться також аналіз обґрунтування вибраних методів та критеріїв, принципу функціонування оцінки результатів і рекомендації про можливі шляхи підвищення якості систем автоматичного управління.

Результати розрахунків перевіряють шляхом математичного моделювання системи управління.

Після визначення комп'ютерних моделюванням показників якості системи автоматичного управління (САУ) і порівняння їх з розрахунковими, виконують синтез і побудову інформаційної керуючої системи.

# 2 СИНТЕЗ АДАПТИВНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМИ ОБ’ЄКТАМИ ЗАДАНИХ ПАРАМЕТРИЧНОЮ ПЕРЕДАТОЧНОЮ ФУНКЦІЄЮ

У завданнях практики при розробці адаптивних систем оптимального управління багатовимірними нестаціонарними динамічними об'єктами (НДО), в результаті виконання задачі синтезу системи, знаходиться математична модель системи управління, яка, як і об'єкт управління, може бути представлена матричною параметричною передавальною функцією.

З огляду на те, що елементи матричної параметричної передаточної функції є функціями динамічних параметрів ОУ, виникає необхідність автоматичного обліку поточної інформації про параметричний стан нестаціонарного ОУ, тобто. урахування його динамічних властивостей в процесі нормальної експлуатації.

Облік динамічних характеристик НОУ в процесі їхньої нормальної експлуатації можливий із застосуванням систем параметричної ідентифікації.

Найбільш ефективним методом рішення задач ідентифікації, тобто. задач оцінок динамічних характеристик НОУ, заданих параметричними передаточними функціями, є компенсаційний, тобто метод самоналаштуванням моделі ОУ з паралельним включенням.

Вирішуючи задачу аналітичного конструювання адаптивної системи управління НО, заданим параметричною передаточною функцєю $W_o(p_o,r_o)$, де $r_o$ - вектор змінних параметрів ОУ, оцінку останнього будемо находити компенсаційним методом.

Нехай нестаціонарна динамічна система автоматичного керування (Рисунок 1), що складається з об'єкту $W_0(p,r_0)$ і регулятора $W_{рег}(p,x_j)$, має головний негативний зворотний зв'язок, який забезпечує стійкість і необхідну якість регульованого процесу на інтервалі $nT_1 \leq t \leq (n+1)T_1$ де $T_1$ деякий період дискретності, протягом якого параметри об'єкту управління $r_0$ практично зберігають своє постійне значення. При цьому передбачається, що динамічні параметри регулятора та його параметрична передаточна функція $W_{рег}(p,x_j)$ синтезовані в припущенні квазістаціонарних будь-яким з приватних методів з умови забезпечення заданої якості регульованого процесу на вказаному інтервалі.

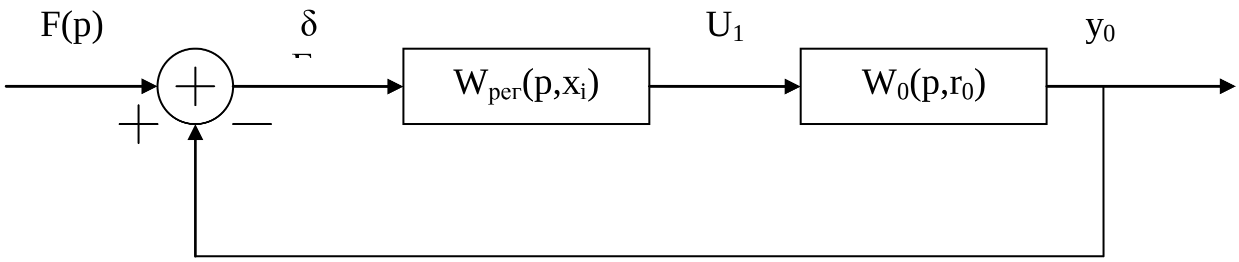


Рисунок 1 - Нестаціонарна динамічна система автоматичного управління

Тоді, вибравши як метод розв'язання задачі параметричної ідентифікації метод самоналаштуванням моделі об'єкту управління з паралельним включенням, а в якості критерію оцінки результатів роботи системи ідентифікації, інтегральний критерій мінімуму середньоквадратичної помилки між вихідними сигналами об'єкту $У_0$ і моделі $У_м$ (рис. 2), маємо

$$I_1 = \frac{1}{T_н} \int_{T_0}^{T_0+T_н} L^{-1}\left[\varepsilon_1\left(p, \Delta r_i\right)\right]^2 dt \text{ ,} \qquad (2.1)$$

де – $\varepsilon_1 = (p, \Delta r_i) = W_0(p,r_{0,i})U_1 - W_M(p,r_{мi})U_1;$

$T_н$ - інтервал часу спостереження;

$U_г$ - сигнал управління.

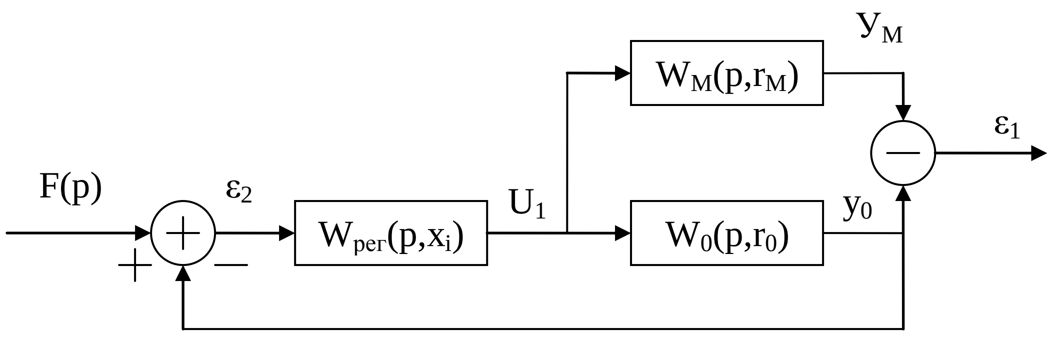


Рисунок 2 - Самоналагоджувальна модель об'єкта управління

Мінімізуючи інтегральний критерій ідентифікації (2.1) по налагоджуючим параметрам моделі $r_{мi}$ в припущенні квазістаціонарності об'єкта управління на інтервалі $nT_i \le t \le (m+1)T_i$ где $T_i > T_н$ отримаємо:

$$\left[\frac{\partial I_1}{\partial r_{мi}}\right]_{n+1} = \frac{2}{T}\int_{T_0}^{T_0+T_н} L^{-1}\left[W_0\left(p, r_{0i}\right)U_1 - W_м\left(p, r_{мi}\right)U_1\right]_n \frac{\partial L^{-1}\left[W_м\left(p, r_{мi}\right)U_1\right]_n}{\partial r_{мi}} dt =$$

$$= \frac{2}{T_н}\int_{T_0}^{T_0+T_н} L^{-1}\left[\varepsilon_1\left(p, \Delta r_i\right)\right]_n \frac{\partial L^{-1}\left[W_м\left(p, r_{мi}\right)U_1\right]_n}{\partial r_{мi}} dt, \qquad (2.2)$$

де $[r_{мi}] = r_{мi}(0) + \sum_{n=1}^{N}\left[\Delta r_{мi}\right]_n, \left[r_{мi}\right] = \lambda_i\left[\frac{\partial I_1}{\partial r_{мi}}\right]_n, (n = 1,2,\ldots,N)$

Отриманий вираз (2.2) являє собою структуру і алгоритм функціонування системи ідентифікації параметричного об'єкту управління для (n +1)-го циклу.

Знімаючи накладені обмеження квазістаціонарності, оцінку якості регульованого процесу НОУ будемо проводити по мінімуму інтеграла від квадратичної помилки $\varepsilon_2$.

$$I_2 = \frac{1}{T_н}\int_{T_0}^{T_н} L^{-1}\left[\varepsilon_2(p, r_{0i}, x_j)\right]^2 dt, \qquad (2.3)$$

де $\varepsilon_2$, згідно з рисунку 2, визначається виразом

$$\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j) = F(p) – Y_0(p,r_{0i},x_j). \qquad (2.4)$$

Тут

$$Y_0(p,r_{0i},x_j) = W_0(p,r_{0i})U_1(p,r_{0i},x_j). \qquad (2.5)$$

Підставляючи значення $Y_0(p,r_{0i},x_j)$ у вираз (2.4) отримаємо:

$$\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j) = F(p) – W_0(p,r_{0i})U_1(p,r_{0i},x_j) \qquad (2.6)$$

де

$$U_1(p,r_{0i},x_j) = W_{рег}(p,x_j)\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j). \qquad (2.7)$$

Вирішуючи рівняння (2.6) з урахуванням (2.7), маємо:

$$\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j) = F(p) – W_0(p,r_{0i})W_{рег}(p,x_j)\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j). \qquad (2.8)$$

Вирішивши рівняння (2.8) щодо сигналу помилки $\varepsilon_2$ (p, $r_{0i}$, $x_j$), отримаємо:

$$\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j) = \frac{F(p)}{1+W_0(p,r_{0i})W_{рег}(p,x_j)}, \tag{2.9}$$

де $x_j$ - вектор параметрів, які налагоджуються регулятором;

F(p) - вхідний вплив.

Зважаючи на те, що на параметричний стан НОУ в кожному n-му циклі може вказати самоналагоджувальна модель, покладемо в рівнянні (2.9)

$$[W_0(p,r_{0i})]_{n-1} \approx [W_м(p,r_{мi})]_n. \tag{2.10}$$

Тоді вираз для сигналу помилки в кожному (n+1)-му циклі буде мати вигляд:

$$\varepsilon_2(p,r_{0i},x_j) = \frac{F(p)}{1+W_м(p,r_{мi})W_{рег}(p,x_j)} \tag{2.11}$$

Припускаючи квазістаціонарних об'єкта управління і регулятора на інтервалі nT1≤t≤(n+l) T1 і мінімізуючи інтегральний критерій середньоквадратичної помилки регульованого процесу (2.3) по налагоджувальним параметрам регулятора з урахуванням виразу (2.11), маємо:

$$\left[\frac{\partial I_2}{\partial x_j}\right]_{n+1} = -\frac{2}{T_{\text{í}}}\int L^{-1}\left[\frac{F(p)}{1+W_{\text{ì}}\,(p,r_{\text{ì}\,i)W_{\text{ðåã}}}(p,x_j)}\right]_n \times L^{-1}\left[\frac{W_{\text{ì}}\,(p,r_{\text{ì}\,i})\partial W_{\text{ðåã}}(p,x_j)F(p)}{\left[1+W_{\text{ì}}\,(p,r_{\text{ì}\,i})W_{\text{ðåã}}(p,x_j)\right]^2\partial x_j}\right]_n dt, \tag{2.12}$$

$$\text{де} \qquad [x_j]_n = x_j(0) + \sum_{n=1}^{N}\left[\Delta x_j\right]_n,\ [x_j]_n = -\lambda_{x_j}\left[\frac{\partial I_2}{\partial x_j}\right]_n.$$

Проблемний вираз (2.12) являє собою структуру і алгоритм функціонування системи аналізу стану та прийняття рішення для (n +1)-го циклу.

Аналізуючи вирази (2.2) і (2.12), приходимо до висновку, що права частина цих інтегро-диференціальних рівнянь являє собою математичну модель контурів самобудування системи ідентифікації, системи аналізу стану та прийняття рішення відповідно, а ліва - вектори управління контурів параметрів, що настроюються для n-го і (n +1) -го циклів.

$$[Ur_{Mi}]_n = Ur_{Mi},\ (i = 0,1,2,\ldots,s),$$
$$[Ur_{xj}]_{n+1} = U_{xj},\ (j = 0,1,2,\ldots,l), \qquad (2.13а)$$
$$[Ur_{Mi}]_n = Ur_{Mi}(0) - \lambda_i \left[\frac{\partial I_1}{\partial r_{мi}}\right]_n,\ (i = 0,1,2,\ldots,s),$$
$$[Ur_{xj}]_{n+1} = U_{xj}(0) - \lambda_i \left[\frac{\partial I_2}{\partial x_j}\right]_{n+1},\ (j = 0,1,2,\ldots,l) \qquad (2.13б)$$

Зважаючи на те, що вектори управління контурів параметрів, що настроюються $U_{гмi}$ і $U_{гxj}$ - постійні на інтервалах часу $(n\text{-}1)T_1 \le t \le nT_1$, $nT_1 \le t \le (n+l)T_1,\ldots,[(n+v)\text{-}l]T_1 \le t \le (n+v)T_1$, $(n+v)T_1 \le t \le (n+v) + lT_1$ і впливають на налаштування параметрів моделі системи ідентифікації та системи обробки інформації та прийняття рішення тільки в дискретні моменти часу $nT_1$, $(n+l)T_1$, $(n+v)T_1$, то взявши суму всіх значень $Ur_{мi}$, $Ur_{xj}$ від циклу n до v, отримаємо алгоритм управління контурів самонастроювання системи ідентифікації та системи обробки інформації та прийняття рішення в дискретної формі:

$$[Ur_{Mi}]_n = Ur_{Mi}(0) + \sum_{n=1}^{v} \left[\frac{\partial I_1}{\partial r_{мi}}\right]_n,\ (i = 0,1,2,\ldots,s),$$
$$[Ur_{xj}]_{n+1} = U_{xj}(0) + \sum_{n=1}^{N} \left[\frac{\partial I_2}{\partial x_j}\right]_{n+1},\ (j = 0,1,2,\ldots,l) \qquad (2.14)$$

Отримані аналітичні вирази (2.2), (2.12), (2.14) дозволяють побудувати адаптивну систему аналізу стану і управління НО (Рисунок 3), з заданими частотними характеристиками. При цьому, як випливає з рисунку 3, адаптивна система аналізу стану і управління НО складається з:

1) системи керування з жорсткою зворотним зв'язком;

2) системи управління з гнучким параметричним зворотним зв'язком.

Система управління з жорстким зворотним зв'язком забезпечує стійкість і необхідну якість регульованого процесу на інтервалах квазістаціонарності.

Система управління з гнучким параметричним зворотним зв'язком забезпечує оптимальність значень параметрів регулятора НОУ на кожному ітеративному кроці.

Структурно система аналізу стану і управління з гнучким параметричним зворотним зв'язком складається з:

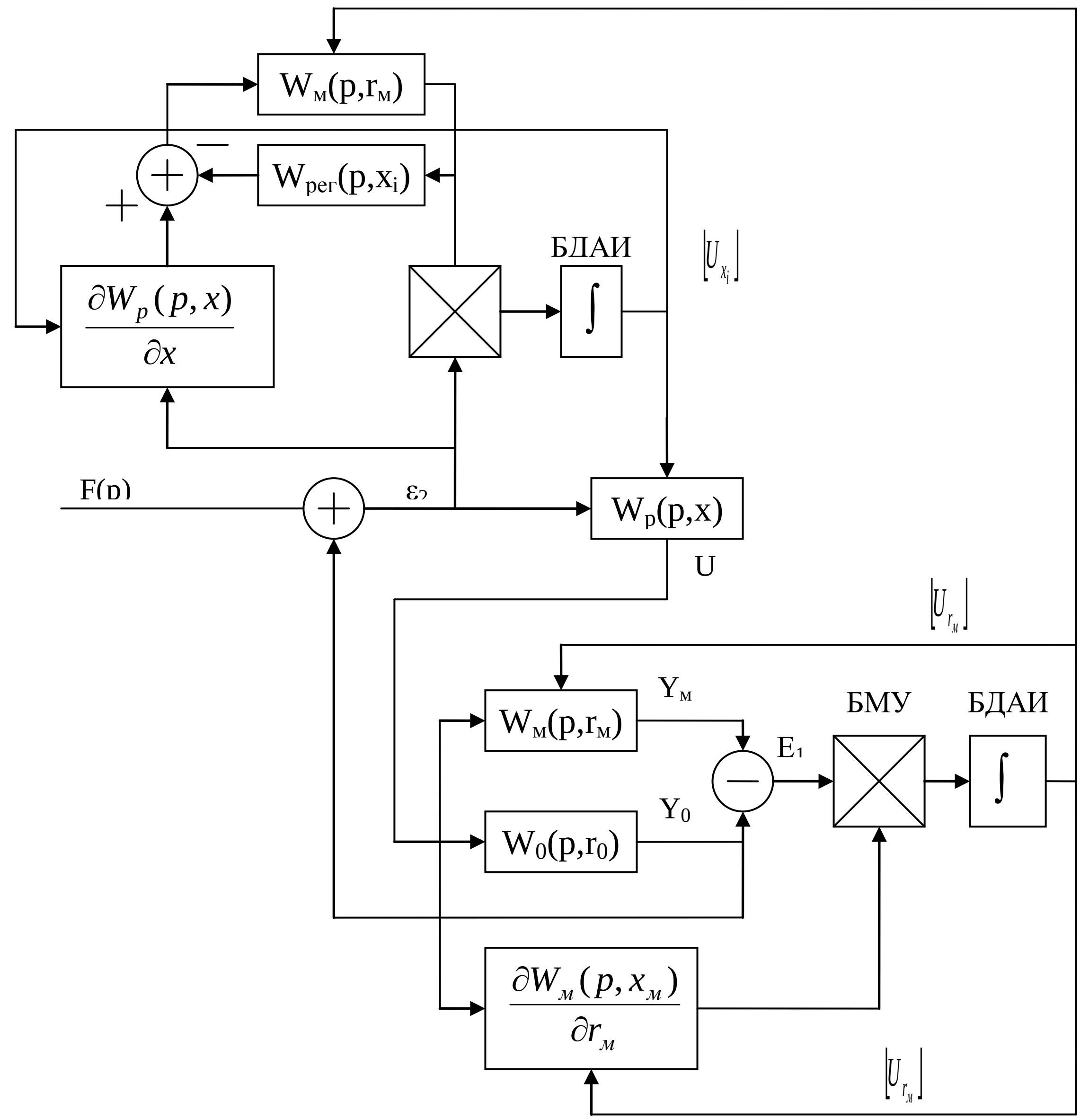


Рисунок 3 – Адаптивная система анализа состояния и управления НО

- параметричної системи ідентифікації;
- системи обробки інформації та прийняття рішення.

Параметрична система ідентифікації виробляє оцінки параметрів ОУ, інформативність якої спільно зі збурюючим впливом F(p) використовується системою обробки інформації та прийняття рішення для знаходження оптимальних значень параметрів регулятора $x_j$ на кожному ітеративному кроці.

На рисунку 4 наведена циклограма, що пояснює ітераційний принцип функціонування адаптивної системи управління НО, з якої випливає, що процес зміни параметрів регулятора відстає від процесу зміни параметрів ОУ на один цикл.

Таким чином, для забезпечення сталого функціонування і необхідної якості регульованого процесу в подібних системах доцільно передбачити прогнозуючі пристрої.

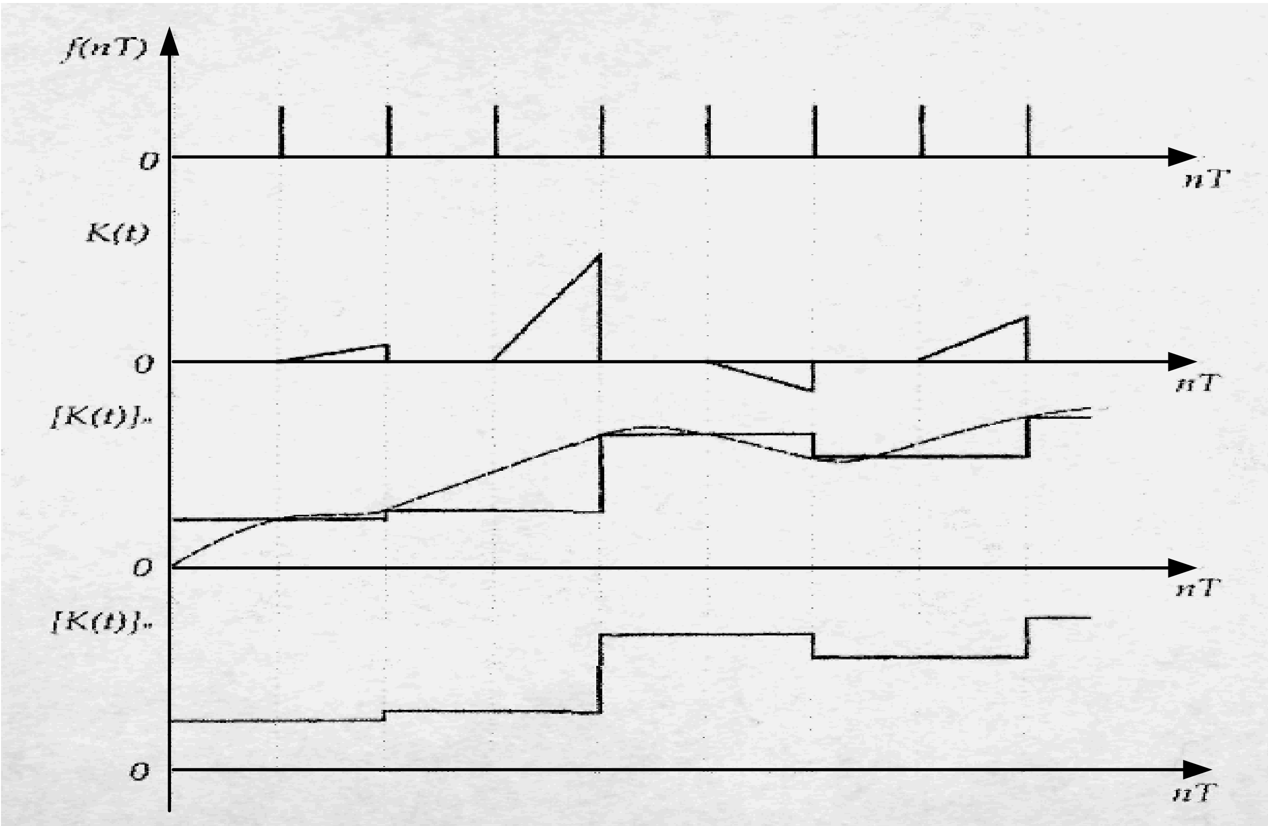


Рисунок 4 - Циклограма ітераційного принципу функціонування адаптивної системи управління НО

# 3 МЕТОД АЛГОРИТМІЧНОГО СИНТЕЗУ АДАПТИВНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИМ ДИНАМІЧНИМ ОБ'ЄКТОМ З НЕПОВНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ

В задачах інженерної практики при побудові адаптивних систем оптимального управління зустрічається широкий клас динамічних об'єктів з неповним виміром вектора фазових координат і невідомими динамічними характеристиками. У цих випадках стратегія оптимального управління повинна бути такою, щоб враховувався і аналізувався стан ОУ в параметричному і фазовому просторі, і на основі аналізу вироблялося б таке управління, що дозволяло б керуючому пристрою переводити НО управління з початкового стану X(0) в бажане $X_{ж}$ за кінцевий інтервал часу $t_K$ і зводився б до мінімуму деякий функціонал якості $J(X,U,r)\to min$ (де X керуючого пристрою - вектор стану ОУ; U - вектор управління; r - вектор параметрів, що настроюється), підпорядкований деяким обмеженням накладеним на управління.

## 3.1 Постановка задачі синтезу

Хай лінійний нестаціонарний динамічний об'єкт управління з неповним вектором виміру фазових координат і невідомими динамічними характеристиками описується системою диференціальних рівнянь виду:

$$\begin{aligned}
\ddot{\psi} &= a'_{\psi\psi}\dot{\psi} + a_{\psi\delta}\delta + m_{\psi}, \\
\ddot{z} &= a_{z\psi}\psi + a'_{z\psi}\dot{\psi} + a_{z\delta}\delta + F_z, \\
\dot{\delta} &= C \cdot signU_0(t-\tau),
\end{aligned} \tag{3.1}$$

де $\psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}$ - регульовані фазові координати;

$a_{\psi\delta}\delta, a_{z\delta}\delta$ - управляючі дії;

$m_{\psi}, F_z$ - зовнішні впливи;

$a_{\nu\mu}$ - змінні в часі коефіцієнти, що характеризують нестаціонарність динамічного об'єкта управління.

Потрібно знайти стратегію адаптивної системи оптимального управління, що дозволяє переводити нестаціонарний динамічний об'єкт з початкового стану X(0), де $X(0)= [\psi(0), \dot{\psi}(0), z(0), \dot{z}(0)]$ в $X_{ж}= [\psi_{ж}, \dot{\psi}_{ж}, z_{ж}, \dot{z}_{ж}]$, яка зводить до мінімуму функціонали якості, що визначаються квадратичною формою:

$$
\begin{aligned}
I_{\psi_N} &= \min_{U_{\psi_k}} \sum_{k=1}^{N} \{ \left[ \left( \Psi_{ж} - \Psi_k \right)^T Q_\Psi \left( \Psi_{ж} - \Psi_k \right) \right] + \lambda_\Psi m_{\Psi_{k-1}}^T B_\Psi m_{\Psi_{k-1}} \}, \\
I_{z_N} &= \min_{U_{z_k}} \sum_{k=1}^{N} \left\{ \left[ \left( z_{ж} - z_k \right)^T Q_z \left( z_{ж} - z_k \right) \right] + \lambda_z m_{z_{k-1}}^T B_z m_{z_{k-1}} \right\}
\end{aligned} \tag{3.2}
$$

де $Q_{\Psi,z}, B_{\Psi,z}$ - позитивно певні симетричні матриці;

$\lambda_{\Psi,z}$ - постійний множник, що характеризує постійна коефіцієнт штрафу.

Вибір позитивно визначених матриць $Q_{\Psi,z}, B_{\Psi,z}$ гарантує єдиність і лінійність закону керування на ітеративному кроці, а також асимптотичну стійкість системи управління квазістаціонарним динамічним об'єктом.

Ваговий коефіцієнт штрафу визначається з практичних міркувань так, щоб квадрат керуючого впливу залишався менше деякого обмеження, за межами якого починається нелінійність (насичення),

Вважаючи $Q_{\Psi,z} = I, B_{\Psi,z} = I$ функціонали якості (3,2), які мінімізують квадрати відхилень фазових координат ОУ від бажаних, запишуться у вигляді:

$$
\begin{aligned}
I_{\psi_N} &= \min_{U_{\psi_k}} \sum_{k=1}^{N} \left[ \varepsilon_{\Psi_k}^2 + \lambda_\Psi m_{\Psi_{k-1}}^2 \right], \\
I_{z_N} &= \min_{U_{z_k}} \sum_{k=1}^{N} \left[ \varepsilon_{z_k}^2 + \lambda_z m_{z_{k-1}}^2 \right],
\end{aligned} \tag{3.3}
$$

де $\varepsilon_{\Psi k} = \Psi_{ж} - \Psi_k ; \varepsilon_{zk} = z_{ж} - z_k$.

### 3.2 Представлення об'єкта управління схемою в змінних стану

Користуючись методом математичного моделювання, представимо НОУ схемою в змінних станах (рисунок 5).

Аналіз отриманої схеми у змінних станах показує, що нестаціонарний динамічний об'єкт (НДО) управління являє собою тверде тіло, на яке діють зовнішні $m_\Psi$, $F_z$, збуджуючі впливи.

Зважаючи на те, що регульовані фазові координати $\psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}$ схильні до управляючих і збуджуючих, в змінні коефіцієнти, що характеризують нестаціонарність динамічного об'єкта управління, - змінюються в силу властивостей аеродинаміки об'єкта, має місце виконання нерівності: $\Delta X >> \Delta a_{\nu\mu}$ на інтервалі $nT_1 \le t \le (n+l)T_1$, $n=l,2,...,N$, де Т1 - деякий період дискретності зміни динамічних параметрів об'єкта управління.

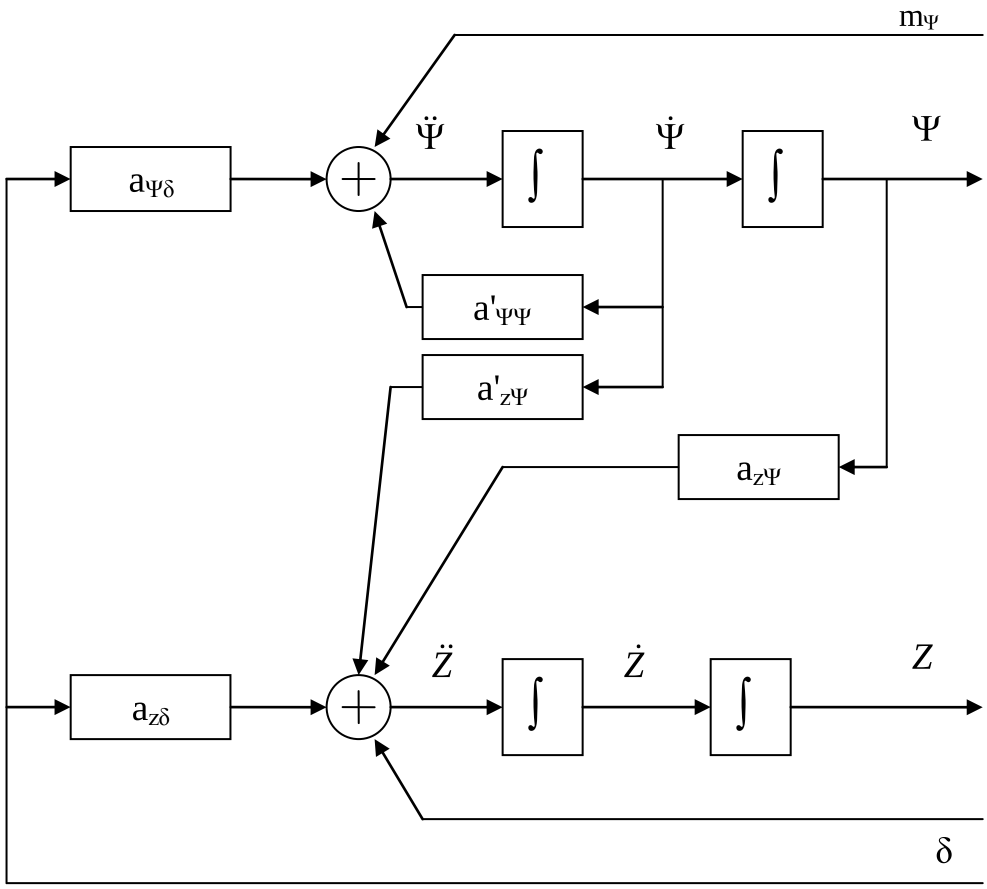


Рисунок 5- Схема нестаціонарного об'єкта управління в змінних стану

Припускаючи квазістаціонарність об'єкта управління на інтервалі, $nT_1 \le t \le (n+l)T_1$, а також користуючись схемою в змінних стану, представимо НДО управління (3.1) в дискретних станах

$$\begin{aligned} \psi_{k+1} &= \psi_k + T\dot{\psi}_k, \\ \dot{\psi}_{k+1} &= \dot{\psi}_k + T\ddot{\psi}_k, \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned} z_{k+1} &= z_k + T\dot{z}_k, \\ \dot{z}_{k+1} &= \dot{z}_k + T\ddot{z}_k, \end{aligned} \tag{3.5}$$

де Т - деякий період дискретності зміни фазових координат і управління, обирається з умови;

$$T \ll T_1,\ lT = T_1,\ l = 10 \div 20, \tag{3.6}$$

$$\ddot{\psi}_k = a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + a_{\psi\delta}\delta_k + m_{\psi k}, \tag{3.7}$$

$$\ddot{z}_k = a_{z\psi}\psi_k + a'_{z\psi}\psi_k + a_{z\delta}\delta_k + F_{zk}, \tag{3.8}$$

Тут і далі *к=кТ, к4-1=(к+1)Т.*

Підставляючи значення ψ і z з виразів (3.7) та (3.8) в (3.4) та (3.5) отримаємо:

$$\begin{aligned} &\psi_{k+1} = \psi_k + T\dot{\psi}_k, \\ &\dot{\psi}_{k+1} = \dot{\psi}_k + T_k\left(a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + a_{\psi\delta}\delta_k + m_{\psi k}\right), \end{aligned} \qquad (3.9)$$

$$\begin{aligned} &z_{k+1} = z_k + T\dot{z}_k, \\ &\dot{z}_{k+1} = \dot{z}_k + T_k\left(a_{z\psi}\psi_k + a'_{z\psi}\psi_k + a_{z\delta}\delta_k + F_{zk}\right). \end{aligned} \qquad 3.10)$$

Отримана система рівнянь описує нестаціонарний об'єкт управління в дискретних станах на інтервалі квазістаціонарності $nT_1 \leq t \leq (n+l)T_1$. Вирішивши останнє рівняння системи (3.1) щодо δ, в припущенні U = ± 1, маємо:

$$\delta = \begin{cases} ct - c\tau, & t \geq \tau, \quad U = +1, \\ 0, & t \leq \tau, \quad -1 < U < +1, \\ -(ct - c\tau), & t \geq \tau, \quad U = -1, \end{cases} \qquad (3.11)$$

де с - швидкісна характеристика сервоприводу.

Тоді система рекурентних рівнянь (3.9), (3.10) з урахуванням (3.11) буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} &\psi_{k+1} = \psi_k + T\dot{\psi}_k, \\ &\dot{\psi}_{k+1} = \dot{\psi}_k + T_k\left(a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + a_{\psi\delta} + \lambda_\Psi m_{Y_{\Psi k}} + m_{\psi k}\right), \end{aligned} \qquad (3.12)$$

$$\begin{aligned} &z_{k+1} = z_k + T\dot{z}_k, \\ &\dot{z}_{k+1} = \dot{z}_k + T_k\left(a_{z\psi}\psi_k + a'_{z\psi}\psi_k + \lambda_z m_{Y_{zk}} + F_{zk}\right), \end{aligned} \qquad (3.13)$$

де $\lambda_\Psi m_{Y_{\Psi k}} = k_{\Psi\delta}(ct - c\tau)$ - складова моменту управління по каналу кутової стабілізації на k-му циклі;

$\lambda_z m_{Y_{zk}} = k_{z\delta}(ct - c\tau)$ - складова моменту управління по каналу бокової стабілізації центру мас на k-му циклі.

**3.3 Рішення задачі синтезу**

Користуючись теоремою роздільності, стратегію адаптивної системи оптимального управління кожного півканалу Ψ і Z будемо шукати методом динамічного програмування в класі стаціонарних систем. Користуючись дискретним представленням НО керування (3.12), (3.13) на інтервалі квазістаціонарних $nT_1 \le t \le (n+l)T_1$ знайдемо стратегію оптимального управління на інтервалі квазістаціонарності півканалів Ψ, що зводять до мінімуму функціонал якості $I_{N\psi} \min\limits_{m_{Y_{\psi k}}} \sum\limits_{k=1}^{N} \left[ \varepsilon_{\psi_k}^2 + m_{Y_{\psi_{k-1}}}^2 \right]$,

де $\varepsilon_{\psi k} = \Psi_{ж} - \Psi_{кт}$

$\Psi_{ж}$ - бажане значення кутового відхилення об'єкта, яке необхідно забезпечити автоматом кутової стабілізації,

$\Psi_{кт}$ - поточне значення кутового відхилення об'єкта.

Вважаючи $\Psi_{ж} = 0$, маємо: $\varepsilon_{\psi k} = -\Psi_{кт}$.

Нехай

$$f_N(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{m_{\psi k}} \sum_{k=1}^{N} \left[ \psi_{k_T}^2 + \lambda_\Psi m_{Y_{\Psi_{k-1}}}^2 \right], \text{ тоді}$$

$$f_N(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{m_{\psi k}} \sum_{k=1}^{N} \left[ \psi_{k_T}^2 + \lambda_\Psi m_{Y_{\Psi_0}}^2 \right]$$

Користуючись принципом оптимальності і опускаючи для спрощення запису індекс Т, запишемо для N> 1 співвідношення:

$$f_N(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{m_{y_{\psi 1}}} \sum_{k=1}^{N} \left\{ \left[ \psi_1^2 + \lambda_\psi m_{y\Psi 0}^2 \right] + f_{N-1}\left[ \psi_2, \dot{\psi}_2 \right] \right\} =$$

$$= \min_{m_{y_{\psi 1}}} \sum_{k=1}^{N} \left\{ \left[ \psi_1^2 + \lambda_\psi m_{y\Psi 0}^2 \right] + f_{N-1}\left[ \psi_1 + T\dot{\psi}_1; \dot{\psi}_1 + T\left( a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_1 + \lambda_\psi m_{Y_{\psi 1}} + m_{\psi 1} \right) \right] \right\}.$$

Якщо припустити, що

$$f_{N-1}(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \alpha_{N-1}\psi_1^2 + \beta_{N-1}\psi_1\dot{\psi}_1 + \gamma_{N-1}\dot{\psi}_1^2,$$

$$f_{N-1}(\psi_2, \dot{\psi}_2) = \alpha_{N-1}\psi_2^2 + \beta_{N-1}\psi_2\dot{\psi}_2 + \gamma_{N-1}\dot{\psi}_2^2 =$$

$$\alpha_{N-1}(\psi_1 + T\dot{\psi}_1)^2 + \beta_{N-1}(\psi_1 + T\dot{\psi}_1)\left[ \psi_1 + T\left( a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_1 + \lambda_\psi m_{Y_{\psi 1}} + m_{\psi 1} \right) \right] +$$

$$+ \gamma_{N-1}\left[ \dot{\psi}_1 + T\left( a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_1 + \lambda_\psi m_{Y_{\psi 1}} + m_{\psi 1} \right) \right]^2,$$

або в загальному випадку

$$f_{N-k}(\psi_{k+1}, \dot{\psi}_{k+1}) = \alpha_{N-k}\psi_k^2 + \beta_{N-k}\psi_k\dot{\psi}_k + \gamma_{N-k}\dot{\psi}_k^2 =$$

$$\alpha_{N-k}(\psi_k + T\dot{\psi}_k)^2 + \beta_{N-k}(\psi_k + T\dot{\psi}_k)\left[\psi_k + T\left(a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + \lambda_\psi m_{Y_{\psi k}} + m_{\psi k}\right)\right] + \qquad (3.14)$$
$$+\gamma_{N-k}\left[\dot{\psi}_k + T\left(a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + \lambda_\psi m_{Y_{\psi k}} + m_{\psi k}\right)\right]^2.$$

Мінімізуючи функціонал якості з урахуванням виразу (3.14), маємо:

$$\frac{\partial\left\{\psi_k^2 + \lambda_\psi m_{Y_{\psi k}}^2 + f_{N-k}(\psi_{k+1}, \dot{\psi}_{k+1})\right\}}{\partial m_{Y_{\psi k}}} = \beta_{N-k}\lambda_\psi T(\psi_k + T\dot{\psi}_k) + \qquad (3.15)$$
$$+2\gamma_{N-k}\lambda_\psi T\left[\dot{\psi}_k + T\left(a'_{\psi\psi}\dot{\psi}_k + \lambda_\psi m_{Y_{\psi k}} + m_{\psi k}\right)\right] = 0.$$

де, $\alpha_{n-k}$, $\beta_{N-k}$, $\gamma_{N-k}$, знаходяться із рекурентних співвідношень:

$$\alpha_{N-k} = 1 + \alpha_{N-1} - \frac{\beta_{N-1}^2}{4\gamma_{N-k}};$$
$$\beta_{N-k} = 2T\alpha_{N-1} - \frac{T\beta_{N-1}^2}{2\gamma_{N-k}};$$
$$\gamma_{N-k} = T^2\alpha_{N-1} - \frac{T^2\beta_{N-1}^2}{4\gamma_{N-k}}.$$

Так як, $f_1(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \psi_1^2$, то $\alpha_1 = 1, \beta_1 = 0, \gamma_1 = 0;$ то тоді

$$\begin{array}{lll} \alpha_2 = 1 & \beta_2 = 2T & \gamma_2 = T^2; \\ \alpha_3 = 1 & \beta_3 = 2T & \gamma_3 = T^2; \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_k = 1 & \beta_k = 2T & \gamma_k = T^2; \\ \alpha_{N-k} = 1 & \beta_{N-k} = 2T & \gamma_{N-k} = T^2. \end{array}$$

Прирівнюючи до нуля вираз (3.15) і виконавши його відносно $m_{Y_{\psi k}}$ ,, маємо:

$$m_{Y_{\psi k}} = -\frac{\beta_{N-k}\lambda_\psi T}{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi^2 T^2}\psi_k - \frac{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi T^2}{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi^2 T^2} m_{\psi k} - \qquad (3.16)$$
$$-\left(\frac{\beta_{N-k}\lambda_\psi T^2}{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi^2 T^2} + \frac{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi T}{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi^2 T^2} + \frac{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi T^2 a'_{\psi\psi}}{2\gamma_{N-k}\lambda_\psi^2 T^2}\right)\dot{\psi}_k.$$

Підставляючи значення $\beta_{N-k}$ і $\gamma_{N-k}$ у вираз (3.16), отримаємо:

$$m_{Y_{\Psi k}} = -\frac{1}{\lambda_\psi T^2}\psi_k - \left(\frac{a'_{\psi\psi}T+2}{\lambda_\psi T}\right)\dot{\psi}_k - \frac{1}{\lambda_\psi}m_{\psi k}. \qquad (3.17)$$

Вираз описує складову моменту управління квазістаціонарного об'єкта по каналу $\Psi$. Коефіцієнт передачі сервоприводу

$$K_{СП} = \frac{ct - c\tau}{U_\psi - U_z}, \qquad (3.18)$$

де $ct - c\tau = \frac{m_{Y_\psi}}{k_{\psi\delta}} - \frac{m_{Y_z}}{k_{z\delta}}$ - кутове відхилення керуючих органів.

Стратегію оптимального управління квазістаціонарним об'єктом по каналу $\Psi$ на інтервалі $nT_1 \le t \le (n+l)T_1$ отримаємо у вигляді:

$$U_{\psi k} = -\frac{1}{\lambda_\psi k_{\psi\delta} K_{СП} T^2}\psi_k - \left(\frac{a'_{\psi\psi}T+2}{\lambda_\psi k_{\psi\delta} K_{СП} T}\right)\dot{\psi}_k - \frac{1}{\lambda_\psi k_{\psi\delta} K_{СП}}m_{\psi k}. \qquad (3.19)$$

Аналогічно тому, як це було виконано для каналу $\Psi$, знайдемо стратегію оптимального управління квазістаціонарним об'єктом по бічному відхиленню, що зводять до мінімуму функціонал якості

$$I_{NZ} = \min_{m_{Y_{zk}}} \sum_{k=1}^{N}\left[\varepsilon_{z_k}^2 + m_{Yz_{k-1}}^2\right],$$

де $\varepsilon_{Zk} = z_ж - z_{кт}$, де $\varepsilon_{Zk} = z_ж - z_{кт}$,,

$z_ж$ - бажане значення бокового відхилення об'єкту від розрахункової траєкторії, Яке необхідно забезпечити автоматом стабілізації мас;

$z_{тк}$ - поточне значення кутового відхилення об'єкта.

Вважаючи $z_ж=0$, маємо: $\varepsilon_{Zk} = -z_{кт}$

Нехай $f_N(z_1,\dot z_1)=\min\limits_{m_{Y_{zk}}}\sum\limits_{k=1}^{N}\left[z_{k_T}^2+\lambda_z m_{Y_{z_{k-1}}}^2\right]$, тоді $f_1(z_1,\dot z_1)=\min\limits_{m_{Y_{z1}}}\sum\limits_{k=1}^{N}\left[z_{k_T}^2+\lambda_z m_{Y_{z0}}^2\right]$.

Користуючись принципом оптимальності, запишемо для N> 1 співвідношення:

$$f_N(z_1,\dot z_1)=\min_{m_{Y_{z1}}}\sum_{k=1}^{N}\left\{\left[z_1^2+\lambda_z m_{yz0}^2\right]+f_{N-1}\left[z_2,\dot z_2\right]\right\}=$$
$$=\min_{m_{Y_{z1}}}\sum_{k=1}^{N}\left\{\left[z_1^2+\lambda_z m_{yz0}^2\right]+f_{N-1}\left[z_1+T\dot z_1;\dot z_1+T\left(a_{z\psi}z_1+a'_{z\psi}\dot z_1+\lambda_z m_{Y_{z1}}+F_{z1}\right)\right]\right\}.$$

Якщо припустити, що

$$f_{N-1}(z_1,\dot z_1)=\alpha_{N-1}z_1^2+\beta_{N-1}z_1\dot z_1+\gamma_{N-1}\dot z_1^2,\text{тоді}$$
$$f_{N-1}(z_2,\dot z_2)=\alpha_{N-1}z_2^2+\beta_{N-1}z_2\dot z_2+\gamma_{N-1}\dot z_2^2=$$
$$=\alpha_{N-1}(z_1+T\dot z_1)^2+\beta_{N-1}(z_1+T\dot z_1)\left[z_1+T\left(a_{z\psi}z_1+a'_{z\psi}\dot z_1+\lambda_z m_{Y_{z1}}+F_{z1}\right)\right]+$$
$$\gamma_{N-1}\left[\dot z_1+T\left(a_{z\psi}z_1+a'_{z\psi}\dot z_1+\lambda_z m_{Y_{z1}}+F_{z1}\right)\right]^2,$$

або в загальному випадку

$$f_{N-k}(z_{k+1},\dot z_{k+1})=\alpha_{N-k}z_{k+1}^2+\beta_{N-k}z_{k+1}\dot z_{k+1}+\gamma_{N-k}\dot z_{k+1}^2=$$
$$=\alpha_{N-k}(z_k+T\dot z_k)^2+\beta_{N-k}(z_k+T\dot z_k)\left[z_k+T\left(a_{z\psi}z_k+a'_{z\psi}\dot z_k+\lambda_z m_{Y_{zk}}+F_{zk}\right)\right]+$$
$$\gamma_{N-k}\left[\dot z_k+T\left(a_{z\psi}z_k+a'_{z\psi}\dot z_k+\lambda_z m_{Y_{zk}}+F_{zk}\right)\right]^2,$$

Мінімізуючи функціонал якості з урахуванням виразу (3.21), маємо

$$\frac{\partial\left\{z_k^2+\lambda_z m_{Y_{zk}}^2+f_{N-k}(z_{k+1},\dot z_{k+\cdot})\right\}}{\partial m_{Y_{zk}}}=\beta_{n-k}\lambda_z T(z_k+T\dot z_k)+$$
$$+2\gamma_{N-k}\lambda_z T\left[\dot z_k+T\left(a_{z\psi}z_k+a'_{z\psi}\dot z_k+\lambda_z m_{Y_{zk}}+F_{zk}\right)\right]=0, \tag{3.22}$$

Прирівнюючи до нуля вираз (3.22) і визначивши його відносно $m_{Y_{zk}}$ з урахуванням значень $\beta_{N-k}$ і $\gamma_{N-k}$ маємо:

$$m_{Y_{zk}}=-\frac{a_{z\psi}T^2+1}{\lambda_z T^2}z_k-\left(\frac{a'_{z\psi}T+2}{\lambda_z T}\right)\dot z_k-\frac{1}{\lambda_z}F_{zk}. \tag{3.23}$$

Отриманий вираз описує складову моменту управління квазістаціонарним об'єктом по бічному відхиленню.

З огляду на співвідношення (3.18), стратегія оптимального (у сенсі вибраного критерію якості) управління квазістаціонарних об'єктом по бічному відхилення визначається у вигляді:

$$U_{zk} = -\frac{a_{z\psi}T^2+1}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП} T^2} z_k - \left(\frac{a'_{z\psi}T+2}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП} T}\right)\dot{z}_k - \frac{1}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП}} F_{zk}. \qquad (3.24)$$

З урахуванням умови (3.18) стратегія оптимального управління, для даного класу об'єктів в каналі нишпорення визначається алгебраїчною сумою управлінь по кутовому та боковому відхиленню, тобто

$$U_{0k} = U_{\Psi k} + U_{Zk} = \frac{m_{Y_{\psi k}}}{k_{\psi\delta}K_{СП}} + \frac{m_{Y_{zk}}}{k_{\psi\delta}K_{СП}} \qquad (3.25)$$

Тоді загальна стратегія оптимального (у сенсі вибраного критерію якості) управління з урахуванням виразів (3.19) і (3.24) визначиться у вигляді:

$$\begin{gathered} U_{Ok} = -\frac{1}{\lambda_\Psi k_{\Psi\delta} K_{СП} T^2}\psi_k - \frac{a'_{\psi\psi}T+2}{\lambda_\Psi k_{\Psi\delta} K_{СП} T}\dot{\psi}_k - \frac{a_{z\psi}T^2+1}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП} T} Z_k - \\ - \frac{a_{z\psi}T+2}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП} T}\dot{Z}_k - \frac{1}{\lambda_\Psi k_{\Psi\delta} K_{СП}} m_{\psi k} - \frac{1}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП}} F_{zk} \end{gathered} \qquad (3.26)$$

Отриманий вираз описує алгоритм оптимального управління квазістаціонарних об'єктом на інтервалі $nT_1 \leq t \leq (n+l)T_1$, параметри якого

$$\begin{gathered} K_\psi = \frac{1}{\lambda_\Psi k_{\Psi\delta} K_{СП} T^2} \\ K'_\psi = \frac{a'_{\psi\psi}T+2}{\lambda_\Psi k_{\Psi\delta} K_{СП} T} \\ K_z = \frac{a_{z\psi}T^2+1}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП} T} \end{gathered} \qquad (3.27)$$

$$K'_z = \frac{a_{z\psi}T + 2}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП} T}$$

$$K_m = \frac{1}{\lambda_\Psi k_{\Psi\delta} K_{СП}}$$

$$K_F = \frac{1}{\lambda_z k_{z\delta} K_{СП}}$$

підлягають налаштуванню після кожної ітерації функціонування системи.

Аналіз отриманого виразу показує, що алгоритм оптимального управління

$$U_{Ok} = -\left\lfloor K_\psi \psi_k + K'_\psi \dot{\psi}_k + K_z z_k + K'_z \dot{z}_k + K_m m_{\psi k} + K_F F_{Zk} \right\rfloor \qquad (3.28)$$

описується лінійним нестаціонарним диференціальних рівнянням в рекурентних формі щодо вимірюваних $\psi, \dot{\psi}, z, \dot{z}$ фазових координат, а також збурюючих впливів $m_\psi, F_z,$ які можуть бути оцінені за допомогою системи фазової ідентифікації.

У цифровій системі знайдений алгоритм оптимального управління реалізується за допомогою ЕОМ, яка на ітеративному кроці генерує керуючу послідовність, оптимальну в сенсі заданого критерію якості J, на вибраному інтервалі квазістаціонарності $nT_1 \leq t \leq (n+l)T_1$.

Для забезпечення оптимальної керуючої послідовності, за межами інтервалу квазістаціонарності, необхідно після закінчення часу ітерації перебудовувати параметри регулятора з урахуванням зміни параметрів об'єкта управління, таким чином, щоб забезпечувалися стійкість і якість регульованого процесу. Іншими словами необхідно, щоб на кожній наступній ітерації функціонали якості

$$I_{\Psi_N} = \min_{m_{Y_{\psi k}}} \sum_{k=1}^{N} \left[\psi_k^2 + \lambda_\Psi m_{Y_k}^2\right],$$

$$I_{z_N} = \min_{m_{Y_{zk}}} \sum_{k=1}^{N} \left[z_k^2 + \lambda_z m_{Y_k}^2\right],$$

прагнули до min, що забезпечує асимптотичну стійкість за Ляпуновим при належній зміні коефіцієнтів (параметрів) регулятора.

Користуючись отриманими алгоритмом оптимального управління квазістаціонарним об'єктом (3.26), математичною моделлю об'єкта керування

(3.1), алгоритмами оцінки параметричного і фазового стану, а також методом побудови системи аналізу станів нестаціонарного об'єкта управління, викладених у цій роботі, побудуємо адаптивну систему оптимального управління (рисунок 6), що забезпечує стійке функціонування та необхідну якість управління реальним НДО.

# ВИСНОВКИ

Наукова робота присвячена вирішенню задач пов’язаних з оцинкою динамічних характеристик нестаціонарних об’єктів управління, заданих параметричними передавальними функціями.

Для вирішення даної задачі була найдена математична модель квазістаціонарного об’єкта. В якості метода вирішення задачі параметричної ідентифікації вибраний метод самоналагоджуючої моделі об’єкта управління з паралельним включенням, а в якості критерію оцінки результатів роботи системи ідентифікації, інтегральний критерій мінімуму середньоквадратичної похибки між вихідними сигналами об’єкта Уо і моделі Ум.

Отримані структура і алгоритм функціонування системи ідентифікації параметрів об’єкта управління, а також алгоритм оптимального управління квазістаціонарним об’єктом. Після закінчення часу ітерації передбачена перебудова параметрів регулятора з урахуванням їх зміни таким чином, щоб забезпечувалась стійкість і якість керованого процесу.

На основі отриманих результатів побудована адаптивна система оптимального управління, яка забезпечує необхідну якість управління нестаціонарним динамічним об’єктом.

ЛІТЕРАТУРА

1. Новгородцев А.И., Лопатченко Б.К. Имитационный експеримент для моделирования и оценивания объектов управления с переменными параметрами. Вісник Сумського державного університету, №3 – 2009.

2. Новгородцев А.И., Лопатченко Б.К. Оптимизация управления нестационарными объектами на основе динамического программирования. Вісник Сумського державного університету, №10 – 2006.

3. Новгородцев А.И., Лопатченко Б.К. Ефимов И.М. Синтез системы идентификации параметрического состояния нестационарных объектов управления. Сумського державного університету, №2 – 2011.

4. Азарсков В.Н. Надежность систем управления в автоматике. Учеб. пос. – К.: НАУ, 2004, - 164с.

4. Сарвин А.А., Диагностика и надежность автоматизированных систем. СПб,: СЗТУ 2003. – 67с.

6. http://www.toehelp.ru/theory/tau/lecture02.htm.

7. http://elib.ispu.ru/library/lessons/Tihonov_2/index.htm.

8. http://www.twirpx.com/files/special/tau/

9. http://model.exponenta.ru/bt/bt_Met_3101.html.

10.http://onmcrod.ru/cayso.na /.

11.http://www.toroid.ru/popovEP2.html.